

Shrnutí kombinatoriky

- ① O telefonním čísle svého kamaráda si Patrik zapamatoval jen to, že je devítmístné, začíná 602, neobsahuje žádné dvě stejné číslice a je dělitelné 5. Určete, kolik telefonních čísel přichází v úvahu.

6 0 2 5

na začátku 602, na konci je 5 (aby dělit. 5, nula už nemůže být) $\Rightarrow$ na neobsazených 5 míst lze vybírat uspořádané pětice ze 6 zbývajících čísel, záleží na pořadí (variace bez opak.)

$$p = V(5, 6) = \left[\frac{6!}{(6-5)!} = \frac{6!}{1!} \right] = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720$$

- ② Kolik různých dělitelů má číslo 2 310?

$$2310 = 10 \cdot 231 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 77 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

dělitelé 1, 2, 3, 5, 7, 11

nebo dělitelé ze součinu 2 prvočísel (bez 1)

nebo dělitelé ze součinu 3 prvočísel (bez 1)

nebo dělitelé ze součinu 4 prvočísel (bez 1)

nebo dělitelé ze součinu 5 prvočísel (bez 1) – číslo samo

$$p_1 = 6$$

$$p_2 = \binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$

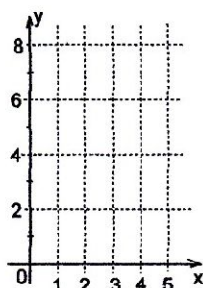
$$p_3 = \binom{5}{3} = \binom{5}{2} = 10$$

$$p_4 = \binom{5}{4} = \binom{5}{1} = 5$$

$$p_5 = \binom{5}{5} = \binom{5}{0} = 1$$

$$p = 6 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32$$

- ③ V kartézské soustavě souřadnic jsou dány přímky: $x=1, x=2, x=3, x=4, x=5$ a $y=2, y=4, y=6, y=8$. Kolik v takto vzniklé síti vznikne rovnoběžníků? (Návod: každý rovnoběžník určen 2 dvojicemi rovnoběžek.)



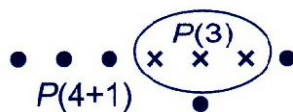
vybereme 2 přímky z pěti svislých a 2 přímky ze čtyř vodorovných, na pořadí nezáleží

$$p = K(2, 5) \cdot K(2, 4) = \binom{5}{2} \cdot \binom{4}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 60$$

- ④ Upravte pro přípustné hodnoty proměnných

$$\frac{(n-5)!}{(n-7)!(n^2-36)} = \frac{(n-5)(n-6)(n-7)!}{(n-7)!(n-6)(n+6)} = \frac{n-5}{n+6}$$

- ⑤ Kolika způsoby se mohou postavit 4 studenti a 3 studentky ve frontě v jídelně, jestliže studentky chtějí vždy stát za sebou v libovolném pořadí.



ze studentek vytvoříme 1 prvek, který může být v různém pořadí mezi studenty a studentky mohou být mezi sebou také v různém pořadí

$$p = P(5) \cdot P(3) = 5! \cdot 3! = 120 \cdot 6 = 720$$

- ⑥ Řešte v N

$$\binom{x-1}{x-2} + \binom{x-2}{x-4} = 4$$

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 & x-2 \geq 0 & x-4 \geq 0 \\ x \geq 1 & x \geq 2 & x \geq 4 \end{cases}$$

$$D = N - \{1, 2, 3\}$$

$$\left[\begin{aligned} \frac{(x-1)!}{[(x-1)-(x-2)]!(x-2)!} + \frac{(x-2)!}{[(x-2)-(x-4)]!(x-4)!} &= 4 \\ \frac{(x-1)!}{1!(x-2)!} + \frac{(x-2)!}{2!(x-4)!} &= 4 \\ \frac{(x-1)(x-2)!}{(x-2)!} + \frac{(x-2)(x-3)(x-4)!}{2(x-4)!} &= 4 \end{aligned} \right]$$

$$\frac{(x-1)}{1} + \frac{(x-2)(x-3)}{2} = 4$$

$$2(x-1) + (x-2)(x-3) = 8$$

$$2x - 2 + x^2 - 5x + 6 = 8$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x+1)(x-4) = 0$$

$$x_1 = -1 \notin D \quad x_2 = 4 \in D \quad K = \{4\}$$

- ⑦ Zaokrouhlete číslo $0,98^8$ na setiny.

$0,98^8 = (1 - 0,02)^8 = \left(1 - \frac{2}{10^2}\right)^8 =$ [vytvoříme součet tolika počátečních členů binom. rozvoje, kolik jich může ovlivnit číslici na místě setin]

$$\begin{aligned} &= \binom{8}{0} \cdot 1^8 \cdot \left(-\frac{2}{10^2}\right)^0 + \binom{8}{1} \cdot 1^7 \cdot \left(-\frac{2}{10^2}\right)^1 + \binom{8}{2} \cdot 1^6 \cdot \left(-\frac{2}{10^2}\right)^2 + \\ &\quad + \binom{8}{3} \cdot 1^5 \cdot \left(-\frac{2}{10^2}\right)^3 + \binom{8}{4} \cdot 1^4 \cdot \left(-\frac{2}{10^2}\right)^4 + \dots = \\ &= 1 \cdot 1 \cdot 1 - 8 \cdot \frac{2}{10^2} + \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot \frac{4}{10^4} - \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{8}{10^6} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{16}{10^8} + \dots \\ &= 1 - 0,16 + 0,0112 - 0,000448 + \underline{0,00001120} + \dots \doteq 0,850752 \doteq 0,85 \end{aligned}$$

jž neovlivní, dále neuvaž.

$$[0,845 \leq 0,98^8 < 0,855]$$